

Oefenen met L^AT_EX

Mark Timmer

25 juni 2017

Inhoudsopgave

1 Goniometrie	1
1.1 Identiteiten	1
1.2 Exacte waarden	1
2 Differentiëren	1
3 Limieten	2
4 Voor de die-hards	2

1 Goniometrie

1.1 Identiteiten

Een tweetal **belangrijke identiteiten** uit de goniometrie¹:

- $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$
- $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$

1.2 Exacte waarden

Bij het oplossen van goniometrische vergelijkingen gebruiken we soms *exacte waarden*:

	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

2 Differentiëren

Om de maxima en minima van een functie te vinden ga je meestal als volgt te werk:

1. Los de vergelijking $f'(x) = 0$ op.
2. Vul de oplossing(en) in in $f(x)$.

Soms heb je ook randextrema.

¹Dit zijn niet de enige belangrijke identiteiten.

3 Limieten

Bij Technische Wiskunde leer je onder andere dat

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

Dit is te bewijzen via de definitie:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ als } \forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0: 0 < |x - a| < \delta \implies |f(x) - L| < \epsilon \quad (1)$$

Mooi hè, vergelijking 1.

4 Voor de die-hards

Nog een beetje oefenen met wiskunde typen. Eerst een integraal:

$$\int_0^2 x^2 dx = \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^2 = \frac{1}{3} \cdot 2^3 - \frac{1}{3} \cdot 0^3 = \frac{8}{3}$$

Dan wat kansrekening:

$$X \sim \text{Bin}(n, p) \implies P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

Hoekenberekening:

$$\frac{\sin(\angle BAC)}{BC} = \frac{\sin(\angle ABC)}{AC}$$

Wat mooie goniometrie:

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{3}{4}\pi + 2x\right) &= \cos\left(x + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \sin\left(\frac{3}{4}\pi + 2x\right) &= \sin\left(\frac{1}{2}\pi - \left(x + \frac{2}{3}\pi\right)\right) = \sin\left(-\frac{1}{6}\pi - x\right) \\ \frac{3}{4}\pi + 2x &= -\frac{1}{6}\pi - x + k \cdot 2\pi \quad \vee \quad \frac{3}{4}\pi + 2x = \pi - \left(-\frac{1}{6}\pi - x\right) + k \cdot 2\pi \end{aligned}$$

En nog wat logica:

$$\neg \forall x: P(x) \quad \Leftrightarrow \quad \exists x: \neg P(x)$$